

Предмет	Математика (базовый уровень), ЕГЭ 2023
Задание	19
Тема	Задача на числа
Уровень сложности	Базовый

Задание 19 ЕГЭ по математике (базовый уровень) – это задача, связанная с делимостью чисел.

1. Для успешного решения задания рекомендуется знать следующие признаки делимости:

Число делится	Признак делимости
на 2	его последняя цифра делится на 2
на 3	сумма его цифр делится на 3
на 4	две его последние цифры являются нулями или образуют число, которое делится на 4
на 5	его последней цифрой является 0 или 5
на 9	сумма его цифр делится на 9
на 11	сумма цифр, которые стоят на чётных местах, равна сумме цифр, стоящих на нечётных местах, либо отличается от неё на число, которое делится на 11

2. Учтите, что в некоторых заданиях нужно использовать комбинацию этих признаков. Например: «Вычеркните в числе 23572141 три цифры так, чтобы получившееся число делилось на 12».

Чтобы искомое число делилось на 12, нужно, чтобы оно делилось на 3 и 4. Начнём с признака делимости на 4: вычеркнем цифры так, чтобы последние две цифры делились на 4. Это обе цифры 1. Получили число 235724. Теперь воспользуемся признаком делимости на 3: найдём сумму получившихся цифр и вычеркнем такую цифру, чтобы оставшаяся сумма делилась на 3. $2 + 3 + 5 + 7 + 2 + 4 = 23$, поэтому можно вычеркнуть цифру 5 (тогда сумма будет равна 18). Получили число 23724.

3. Имейте в виду, что часть заданий можно решить, используя перебор возможных вариантов.

Например: «Приведите пример трёхзначного числа, сумма цифр которого равна 20, а сумма квадратов цифр делится на 3, но не делится на 9».

Рассмотрим возможные варианты и проверим выполнение условий задачи:

Сумма трёх цифр равна 20	Сумма квадратов цифр этого числа
$9 + 9 + 2$	$81 + 81 + 4 = 166$ – не делится на 3 ($1 + 6 + 6 = 13$)
$8 + 8 + 4$	$64 + 64 + 16 = 144$ – делится на 3 и на 9 ($1 + 4 + 4 = 9$)
$8 + 7 + 5$	$64 + 49 + 25 = 138$ – делится на 3, но не делится на 9 ($1 + 3 + 8 = 12$) В ответ можно записать любую комбинацию цифр 8, 7 и 5.

Примечание: рассматривать новые варианты нужно до тех пор, пока не найдётся тот, который подходит под условия задачи.

4. Для успешного решения некоторых заданий необходимо знать:

Число r называется остатком от деления натурального числа a на натуральное число b , если разность $a - r$ делится на b и $0 \leq r < b$ (то есть существует единственное число q такое, что $a = b \cdot q + r$). Например: «Найдите трёхзначное натуральное число, большее 600, которое при делении на 4, на 5 и на 6 даёт в остатке 3 и цифры которого расположены в порядке убывания слева направо». Так как 3 – это остаток от деления числа a на 4, на 5 и на 6, то число $a - 3$ делится на 4, на 5 и на 6, то есть делится на НОК(4, 5, 6) = 60. Поэтому 3 – это остаток от деления искомого числа на 60. Найдём такое число $a > 600$, что цифры данного числа удовлетворяют условию задания и его можно представить в виде $60 \cdot q + 3$. Последовательно перебирая возможные значения для q , найдём искомое число (например, при $q = 14$ получаем число 843). Обратите внимание, что задача, скорее всего, имеет множество решений. Но достаточно найти какое-нибудь одно и записать его в ответ.

5. Не забудьте проверить, удовлетворяет ли полученное число условиям задания.